

УДК 62-50:658.564:621.924

Петраков Ю.В. д.т.н., проф., Мацківський О.С.  
НТУУ «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

## МОДЕЛЮВАННЯ ФРЕЗЕРУВАННЯ КІНЦЕВИМИ ФРЕЗАМИ

Petrakov Y., Matskovsky A.  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine (yp-86@yandex.ru)

### SIMULATION OF END MILLS MILLING

*Розроблена математична модель і алгоритм моделювання фрезерування контуру кінцевими фрезами. Математична модель ураховує повну геометричну конфігурацію інструмента, а саме, забезпечує можливість зміни кута нахилу спіральної канавки, кількості зубів, можливість використання довільних контурів деталі і заготовки. Створене програмне забезпечення дозволяє не тільки моделювати процес фрезерування, а й визначати управління подачею для стабілізації сили різання. Результати моделювання підтверджені експериментами на верстаті VF-3 фірми HAAS.*

*Ключові слова:* моделювання фрезерування, математична модель, геометрична і силова взаємодія

#### Вступ

Моделювання будь-якого технологічного процесу є невід'ємною складовою його вдосконалення при мінімальному використанні матеріальних ресурсів. В модель реального процесу можна включати, фактори різного ступеня важливості і по результатах моделювання зробити висновки по процесу і надати рекомендації по його вдосконаленню або оптимізації. Для проведення моделювання створюється математична модель процесу, що, на базі системного підходу, пов'язує між собою вхідні і вихідні величини процесу. В якості вхідних величин процесу фрезерування кінцевими фрезами можна виділити геометричні та фізичні параметри інструменту, деталі і заготовки, режим різання, а у якості вихідних величин – силові характеристики процесу різання, параметри якості обробленої поверхні тощо. Крім того, математична модель завжди залежить від ступеня ідеалізації реального процесу, що обумовлюється метою моделювання. Стосовно процесу фрезерування, як процесу різання, адекватність математичної моделі залежить також від взаємозв'язку між умовами процесу і його вихідними характеристиками, які традиційно описуються емпіричними залежностями, показники ступеня і коефіцієнти яких можуть бути встановлені виключно експериментальним шляхом. Проте, всі такі відомі моделі так чи інакше ґрунтуються на геометричних параметрах шару припуску, що зрізується. Тому основною задачею створення математичної моделі фрезерування кінцевою фрезою є побудова моделі геометричної взаємодії фрези з заготовкою. Крім того, сучасний підхід до створення математичних моделей вимагає представлення її у вигляді програмного забезпечення, при функціонуванні якого по-перше перевіряється адекватність (якісна) створеної моделі, а по-друге з'являється можливість отримувати результати моделювання у цифровому вигляді, який є придатним для використання при вирішенні практичних завдань, про які згадувалось вище.

Відомі спроби створення математичної моделі фрезерування кінцевою або циліндричною фрезою [1, 2] які побудовані на аналітичних залежностях з деякими припущеннями, а саме, трохоїдальна траєкторія кожного зуба фрези замінена дугою кола, товщина шару припуску, що зрізується, не ураховує всю траєкторію зуба при різанні тощо. Якщо такий підхід дає наближені до практики результати при фрезеруванні поверхонь регулярної кривизни (площина, циліндр), то при контурному фрезеруванні він є неприйнятним, оскільки не ураховує квазістаціонарні умови взаємодії фрези і заготовки навіть при еквідистантному припуску і, як наслідок, перманентну зміну дуги різання за формоутворюючою траєкторією.

Таким чином, створення математичної моделі зрізування припуску при фрезеруванні кінцевими фрезами довільних контурів, орієнтованої на використання комп'ютерного моделювання з метою отримання масиву даних для управління процесом є актуальною науково-технічною задачею.

#### Мета роботи

Розробити математичну модель процесу фрезерування кінцевими фрезами довільної контурної поверхні, адаптовану до проектування управління процесом на базі апріорної інформації з метою його стабілізації з подальшою оптимізацією, а якщо виникає потреба підвищення точності, то і з корекцією траєкторії формоутворення.

#### Викладення основного матеріалу

В основу математичної моделі закладено алгоритм взаємодії інструмента і заготовки. На початку моделювання створюється цифровий масив контурів деталі і заготовки, що представляють їх в Декартовій

системі координат. Далі виконується обробка цифрових масивів контуру деталі чисельними процедурами з метою розрахунку радіусів кривизни, еквідистанти, траєкторій холостих рухів. Слід зауважити, що процедури проектування еквідистанти входять у будь-які САМ-системи, але в для вирішення поставленої задачі моделювання зрізування припуску, такі процедури мають бути встановлені у програмі моделювання і функціонувати зі сформованими цифровими масивами контуру деталі.

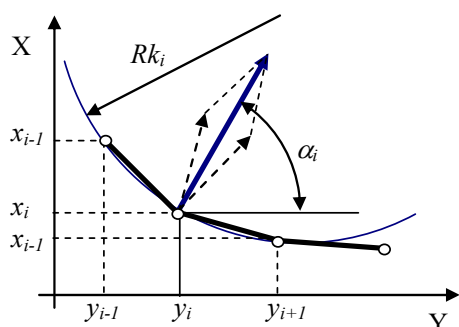


Рис. 1. До визначення радіусів кривизни

Кути нахилу  $\alpha_i$  нормалі визначаються за залежністю (рис.1):

$$\alpha_i = \frac{\arctan(y_i - y_{i-1}/x_i - x_{i-1}) + \arctan(y_{i+1} - y_i/x_{i+1} - x_i)}{2} \quad (1)$$

тоді масив радіусів кривизни контуру:

$$Rk_i = \frac{\sqrt{\left(\frac{x_{i-1} - x_{i+1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_{i-1} - y_{i+1}}{2}\right)^2}}{\alpha_{i+1} - \alpha_{i-1}} \quad (2)$$

Перевірка можливості формоутворення фрезою з радіусом  $R_\phi$  здійснюється за умовою  $R_\phi < Rk_i$ .

Важливою задачею, що вирішується на етапі формування цифрових масивів геометричних моделей заготовки і деталі, є розрахунок еквідистанти контуру деталі.

Ці дані необхідні для моделювання процесу різання інструментом, вихідна поверхня якого описана колом.

Для аналізу всіх можливих варіантів побудови еквідистанти, розглянемо найбільш загальний контур, що містить ділянки з радіусами кривизни від  $-\infty$  до  $+\infty$  (рис.2). Еволюта такого контуру має розриви та злами, що вказує на наявність радіусів кривизни, які дорівнюють нулю, позитивних і негативних, тобто випуклих і увігнутих ділянок.

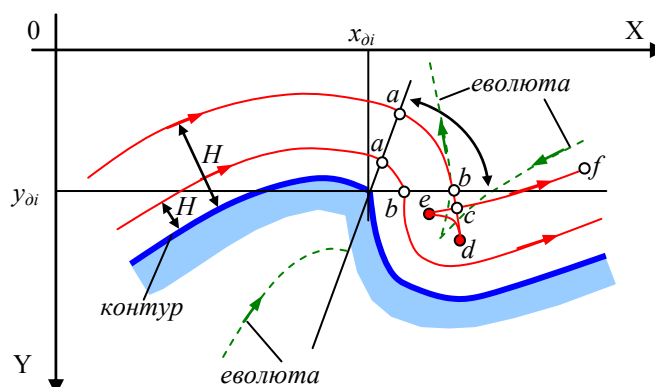


Рис. 2. До розрахунку еквідистанти

При відстані  $H$ , меншій самого малого радіусу кривизни увігнутої частини контуру, еквідистанта у параметричній формі розраховується на всіх ділянках за залежностями:

$$\begin{cases} x_{ei} = x_{\partial i} + H \sin \alpha_i \\ y_{ei} = y_{\partial i} + H \cos \alpha_i \end{cases} \quad (3)$$

де  $\alpha_i$  - кут нахилу контуру, що визначається за прийнятим вище правилом так, як і для кута нахилу ділянки.

Проте, ділянка контуру з  $Rk=0$  (злам контуру) вимагає додаткових обчислень:

$$\begin{cases} x_{ei} = x_{\partial i} + H \sin(\alpha_i - ih/H) \\ y_{ei} = y_{\partial i} + H \cos(\alpha_i - ih/H) \end{cases} \quad (4)$$

де  $h$  - крок розрахунку,  $i$  - порядковий номер, що змінюється у діапазоні  $1 \leq i \leq \Delta\alpha H/h$  ( $\Delta\alpha$  - різниця кутів нахилу контуру до і після особливої точки).

Таким чином, еквідистанта у цьому випадку (лінія 1 на рис.2) містить додаткову ділянку, що описана за дугою кола, радіусом  $H$  і з центром в особливій точці.

Можливий випадок, коли  $H$  більше радіусів кривизни деяких ділянок контуру у його увігнутій частині. Тут з'являється ділянка з траєкторією (c-d-e-c на рис.2), рух за якою приводить до підрізання контуру деталі. Отже, такі ділянки повинні бути виключені і траєкторія руху центру інструменту подається частиною еквідистанти (ділянка a-d-c-f на рис.2).

Алгоритм розрахунку траєкторії центру інструменту повинен враховувати всі виявлені особливості

побудови еквідистанти. Він виконує також розрахунок масивів радіусів кривизни контуру  $Rk_i$  та перших різниць (похідних) кутів нахилу  $\alpha_i$ .

Запропонований алгоритм працює у два цикли. У першому циклі розраховується масив еквідистанти за залежностями (3), визначаються особливі точки і масив доповнюється дільницями, описаними дугами кіл (4). У другому циклі проводиться перевірка отриманого масиву на наявність самоперетинань траєкторії з метою виключення дільниць, що приводять до підрізання, з автоматичною перебудовою номерів масиву. У цьому ж циклі може виконуватися процедура упорядкування масиву – видалення значень, розташованих на відстані, меншій за прийнятий крок розрахунку, або перерахунок отриманого масиву з використанням сплайн-інтерполяції [3].

Наступний крок функціонування алгоритму – визначення взаємодії контуру заготовки з циліндричною початковою інструментальною поверхнею фрези. Відповідно до запропонованого чисельного методу весь контур заготовки представляється дискретною геометричною моделлю у вигляді масивів  $x_i$  і  $y_i$ . Для кожного кроку моделювання необхідно визначити координати точки  $A$  (початок лінії дуги різання) і точки  $B$  – закінчення дуги різання. На рис.3, а цей контур умовно позначений колами, що символізують дискретну геометричну модель заготовки. По обчислених значеннях координат точок  $A$  і  $B$  можна розрахувати необхідні для кожного виду обробки параметри, які визначатимуть силу різання.

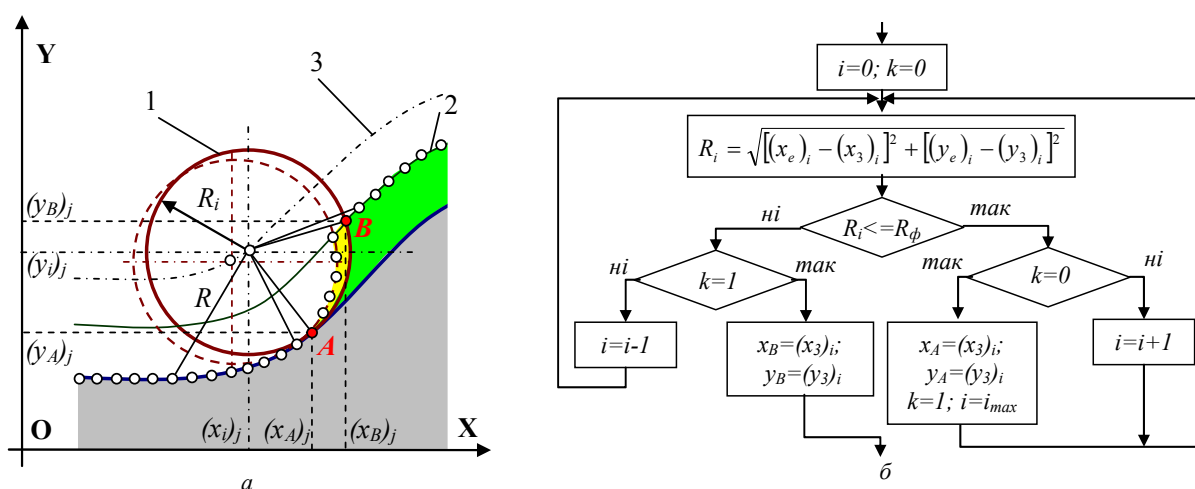


Рис. 3. До визначення дуги різання: а – схема геометричної взаємодії, б – алгоритм визначення

Таким чином, у вирішенні задачі геометричної взаємодії визначальним є розрахунок координат вказаних вище точок і формування на кожному кроці моделювання нового контуру заготовки. Розрахунок пропонується виконувати за алгоритмом, блок-схема якого представлена на рис.3, б.

Позначення в алгоритмі і на рис.3, а співпадають. У відповідності до процедури алгоритму, на кожному кроці моделювання ( $i$  – номер кроку) розраховується величина  $R_i$ , що визначає відстань від центру інструменту послідовно до кожної точки масиву контуру заготовки. При  $k=0$  виконується порівняння з радіусом  $R_\phi$  інструменту до задоволення умові  $R_i \leq R_\phi$ . Виконання вказаної умови автоматично визначає координати точки  $A$ . При цьому  $k=1$  і виконується порівняння з радіусом інструменту вже до задоволення умові  $R_i \geq R_\phi$ .

Виконання цієї умови автоматично визначає координати точки  $B$ . Потім, в загальній частині алгоритму моделювання, координати визначених таким чином точок  $A$  і  $B$  привласнюються контуру заготовки, який утворився в результаті того, що зрізується шару припуску.

Точність визначення координат залежить від заданої (або вибраної) дискретності геометричних моделей. Для прискорення роботи алгоритму можна, при достатньо гладких контурах, рекомендувати кожен новий крок починати, зрушуючи точку початку порівняння контуру заготовки у бік формоутворення. Представлений алгоритм для вирішення плоскої задачі, використовувався на практиці при моделюванні різних видів обробки і усюди показав стійке і швидке функціонування.

Може бути застосований дещо інший підхід до визначення точки  $B$  кінця взаємодії інструменту з заготовкою. Відміна полягає у зміні напрямку пошуку: пошук точки  $A$  початку дуги різання виконується з боку вже обробленої поверхні (зліва направо на рис.3, а), а пошук точки  $B$  – з боку ще не обробленої заготовки (справа наліво на рис.3, а). В такому разі умови знаходження точок однакові:  $R_i \leq R_\phi$ .

Надалі, зважаючи на постійну трансформацію заготовки, її контур на кожному кроці моделювання представляється лінією, що складається з обробленого контуру, контуру частини інструментальної поверхні і власне контуру заготовки, обробленого на попередньому проході.

Розрахунок кута  $\alpha_i$  дуги різання на кожному кроці моделювання виконується за формулою:

$$\alpha_i = \arctan \frac{(y_A)_i - (y_e)_i}{(x_A)_i - (x_e)_i} \pm \arctan \frac{(y_B)_i - (y_e)_i}{(x_B)_i - (x_e)_i}, \quad (5)$$

де  $x_e, y_e$  – координати точок еквідистанти; знак «+» при  $x_A < x_e$  і  $x_B > x_e$ , знак «-» в протилежному випадку.

Тепер необхідно визначити взаємодію кожного зуба фрези, які знаходяться в зоні дуги різання і розташовані у відповідності до кута  $\beta$  нахилу спіральної канавки інструмента. Для вирішення цієї задачі фреза представляється своїми перетинами з обраним кроком  $h$  за шириною  $B$  заготовки, що обробляється (рис.4). Отже, в залежності від потрібної точності фреза представляється своїми перетинами у кількості  $j = B/h$ , як циліндричні елементарні фрези.

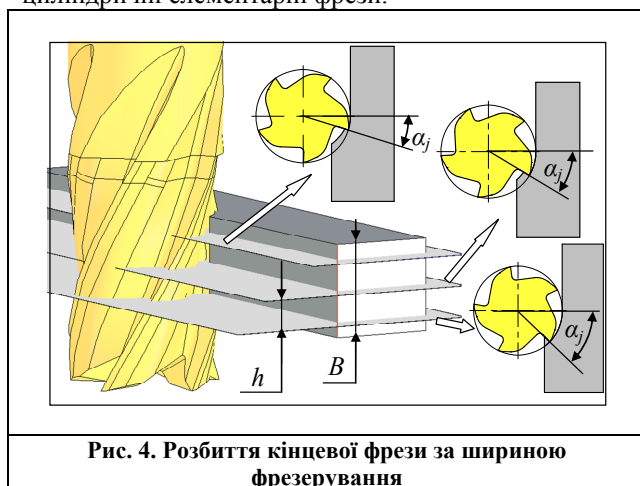


Рис. 4. Розбиття кінцевої фрези за шириною фрезерування

Таким чином, площа  $a_z$  шару припуску, що зрізується одним зубом, може бути розрахована за формулою:

$$a_z = \int_0^B \int_0^\alpha S_z \sin \left( \frac{\delta \tan(\beta)}{R_\phi} \right) d\alpha d\delta, \quad (6)$$

де  $S_z$  – подача на зуб фрези,  $R_\phi$  – радіус фрези,  $\delta$  – координата за довжиною фрези, що ріже за шириною  $B$  заготовки.

Слід відзначити, що подвійний інтеграл (по куту  $\alpha$  і координаті  $\delta = hj$  за шириною різання), у відповідності до формули (6) в програмі моделювання розраховується чисельним методом.

Оскільки площа шару припуску, що зрізується кожним зубом фрези визначена, з'являється можливість

розрахувати окружну (тангенціальну) складову сили різання:

$$P_o = C_P \sum_{k=1}^n (a_z)^{x_P}, \quad (7)$$

де  $C_P, x_P$  – емпіричні коефіцієнт і показник ступеня,  $n$  – кількість зубців фрези, що ріже за дугою різання.

Розроблений алгоритм був використаний у прикладній програмі, інтерфейс якої у стані закінчення процесу моделювання представлений на рис.5. Зліва інтерфейсу розташовані вікна для введення вихідних даних, справа – вікно анімації процесу, справа внизу – осцилограф для реєстрації основних характеристик. У вікні анімації траєкторія центра фрези 1 для оброблення контуру деталі 2 показана лінією 3, припуск, що зрізується, показаний лінією 4, точка А – початок дуги різання, точка В – кінець дуги різання. На осцилографі представлені наступні характеристики процесу: лінія 5 – подача (постійна, складає 70мм/хв.), лінія 6 – кут дуги різання, лінія 7 – окружна складова сили різання.

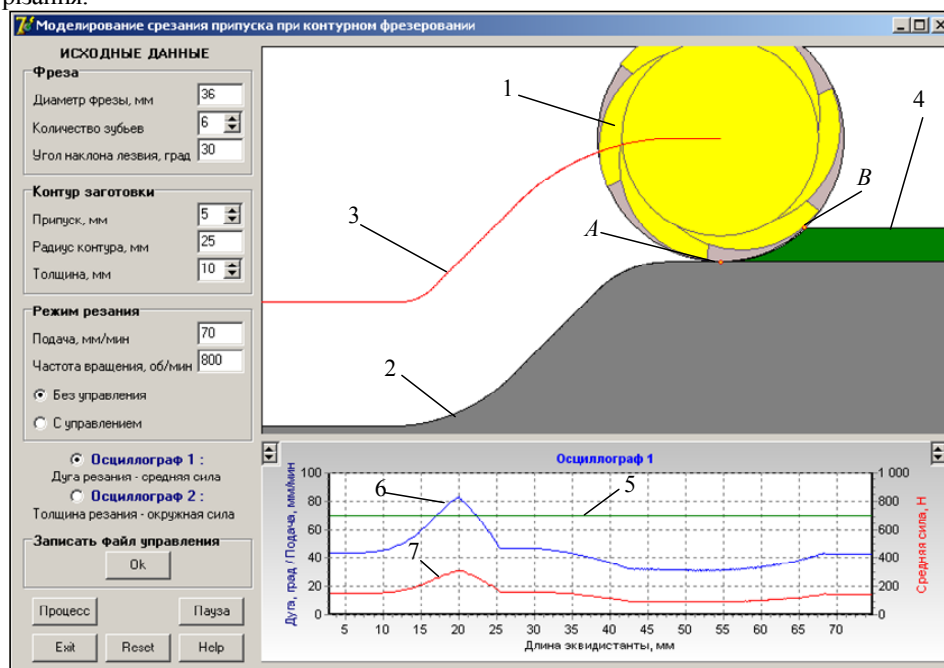


Рис. 5. Інтерфейс прикладної програми

Видно, що процес різання не є стаціонарним: дуга різання змінюється за формоутворюючою траєкторією від  $42^0$  при фрезеруванні прямолінійної ділянки на початку контуру до  $82^0$  при фрезеруванні увігнутої ділянки і до  $30^0$  – при фрезеруванні випуклої ділянки. Такі зміни, при постійній подачі, викликають відповідні зміни сили різання, її окружної складової, середня величина якої відповідає лінії 7 на осцилографі.

Прикладна програма також дозволяє визначити миттєві зміни товщини шару припуску, що зрізується фрезою і окружної складової сили різання. На рис.6 представлені інтерфейси при моделюванні фрезерування контуру при однакових вихідних умовах фрезою 1 (рис.6, а) з шістьма зубцями і фрезою 1 (рис.6, б) з двома зубцями при русі за формоутворюючою траєкторією 2. На осцилографі миттєва площа різання показана лінією 3, а окружна складова сили різання – лінією 4. Видно, що зміна кількості зубців фрези викликає суттєві зміни процесу різання: при шести зубцях фрези миттєва площа і складова сили різання коливаються на певному рівні ніде не знижуючись до нуля, тоді як при фрезеруванні фрезою з двома зубцями максимальна величина площі різання збільшується, а на певних ділянках траєкторії (обведено еліпсом на рис.6, б) вона відсутня.

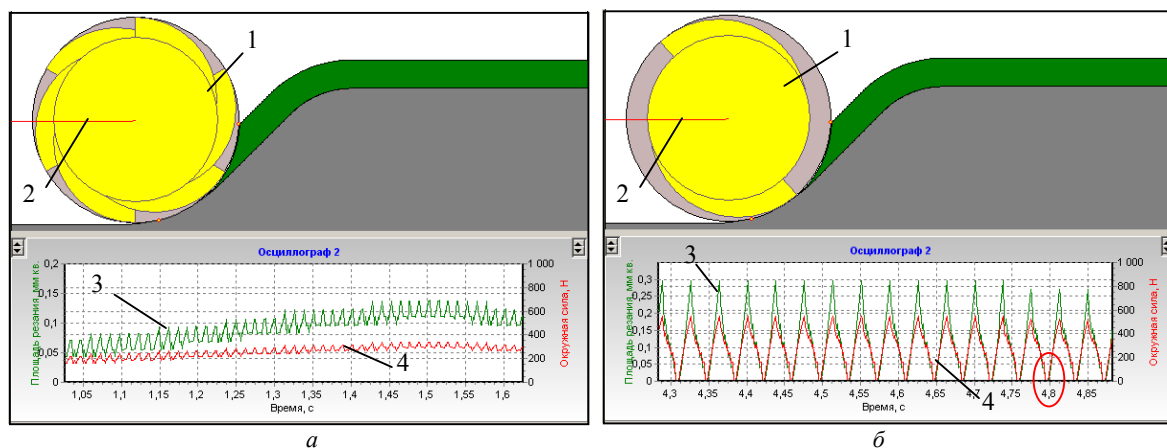


Рис. 6. Осцилограми фрезерування контуру: а – фрезою  $z=6$ , б – фрезою  $z=2$

Такий результат опосередковано свідчить про адекватність запропонованої математичної моделі, тому що якісно збігається з основними положеннями теорії різання щодо фрезерування кінцевими фрезами.

В прикладну програму додатково вбудована процедура визначення закону управління подачею для стабілізації процесу різання за силою різання. Для застосування цієї процедури після закінчення моделювання необхідно зберегти файл результатів (дивись вікно «Записать файл управления» на інтерфейсі рис.5), а потім повернутися до вихідного стану (кнопка Reset), обрати опцію «С управлением» у вікні «режим резания» и натиснути кнопку «Процес». Результати моделювання представлені на рис.7 а, де лінією 1 позначена дуга різання (вона не змінюється у порівнянні з моделюванням фрезерування без управління, тому що визначається за геометричною взаємодією інструмента і заготовки), лінією 2 – подача, а лінією 3 – окружна складова сили різання. Видно, що завдяки управлінню подачею вдалося стабілізувати силу різання на постійному рівні при обробленні всього контуру.

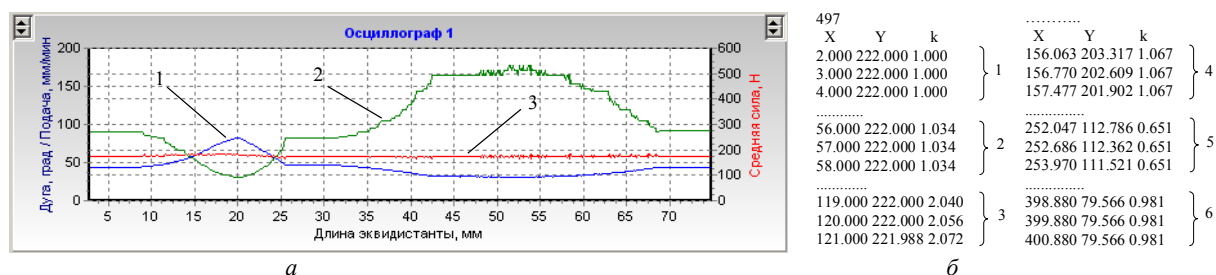


Рис. 7. Результати моделювання фрезерування з управлінням: а – осцилограми процесу, б – фрагменти файлу управління

В файлі управління, що був автоматично спроектований програмою в процесі моделювання (рис.7, б) представлені тільки фрагменти, що відповідають фрезеруванню контуру: 1 – на горизонтальній ділянці, 2 – при наближенні до увігнутої ділянки, 3 – на увігнутій ділянці 4 – на прямолінійній ділянці з нахилом, 5 – на випуклій ділянці і 6 – на прямій в кінці циклу. Для управління з метою стабілізації за спеціальною процедурою розрахований коефіцієнт  $k$  корекції подачі, який прив'язаний до траєкторії формоутворення.

## Висновки

Розроблена математична модель фрезерування контурів деталей, яка, завдяки створеним числовим процедурам, була втілена у прикладній програмі. При моделюванні визначаються основні характеристики



процесу – дуга різання і окружна складова сили різання. Підтверджено, що фрезерування контурів деталей є квазістаціонарним процесом, який потребує управління подачею для його стабілізації. Створена програма моделювання дозволяє проектувати в автоматичному режимі закон управління, який приводить до стабілізації процесу за силою різання.

**Аннотация.** Разработана математическая модель и алгоритм моделирования фрезерования контура концевыми фрезами. Математическая модель учитывает полную геометрическую конфигурацию инструмента, а именно, обеспечивает возможность изменения угла наклона спиральной канавки, количества зубьев, возможность использования произвольных контуров детали и заготовки. Созданное программное обеспечение позволяет не только моделировать процесс фрезерования, но и определять управление подачей для стабилизации силы резания. Результаты моделирования подтверждены экспериментами на станке VF-3 фирмы HAAS.

**Ключевые слова:** моделирование фрезерования, математическая модель, геометрическое и силовое взаимодействие.

**Abstract.** A mathematical model and algorithm of simulation of contour milling by end mills is developed. A mathematical model takes into account complete geometrical configuration of instrument, namely, provides possibility of change of angle of slope of spiral ditch, amounts of points, possibility of the use of arbitrary contours of detail and workpiece. The created software allows not only to simulate a milling process but also determine a control of feed for stabilizing of cutting force. Design results are confirmed experiments on the CNC-machine VF-3 HAAS.

**Keywords:** design of milling, mathematical model, geometrical crossing and cutting force.

#### Бібліографічний список використаної літератури

1. Мазур Н.П., Внуков Ю.Н., Грабченко А.И. и др. Основы теории резания материалов: учебник / Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – 534 с.
2. Даценко М.А., Стапаненко А.М., Усачев П.А., Антонюк В.С. Моделирование сил резания при контурном фрезеровании концевыми фрезами // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки, Суми, 2010, №4. – С. 154-158.
3. Мазур М.П., Крижанівський С.А. Застосування системи прогнозуючого моделювання для операцій контурної обробки кінцевим інструментом на вертикально-фрезерних верстатах з ЧПК // Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сборник. - Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. - Вып.73. - С. 176–180.
4. Петраков Ю. В. Лабораторно-комп'ютерний практикум з теорії різання: Навчальний посібник. – Київ: Політехніка, 2006. – 12с.
5. Петраков Ю. В. Автоматичне управління процесами обробки матеріалів різанням: Навчальний посібник. – Київ: УкрНДІАТ, 2004. – 383с.
6. Петраков Ю.В. Розвиток САМ-систем автоматизованого програмування верстатів з ЧПК: Монографія. – Київ, Січкар, 2011. – 220 с.

#### References

1. Mazur N.P., Vnuikov Y.N., Grabchenko A.I. s dr. Osnovy teorii rezanyia materialov: uchebnik. Harkov: NTU "HPI", 2013. 534 p.
2. Dacenko M.A., Stepanenko A.M., Usachev P.A., Antonuk V.S. Modelirovanie sil rezania pri konturnom frezerovanii koncevimi frezami // Visnyk Sumskogo dergavnogo universitetu.Seria Tehnichni nauky, Sumi, 2010, no 4. P. 154-158.
3. Mazur M.P., Kriganivskyi S.A. Zastosuvannia sistemi prognozuuchogo modeluvannia dla operacij konturnoy obrobki kincevim instrumentom na vertikalno-frezernyh verstatah z CHPK. Rezanie i instrument v tehnologicheskikh sistemah: Megdunar. nauch.-tehn. sbornik. Harkov: NTU "HPI", 2007. Vyp.73. P. 176–180.
4. Petrakov Y.V. Laboratorno-komputernij praktykum z teorii rizania: Navchalnij posibnik. Kiyv: Polytechnika, 2006. 12 p.
5. Petrakov Y.V. Avtomatichne upravlinnia procesamy obrobky materialiv rizanniam: Navchalnij posibnik. Kiyv: UkrNDIAT, 2004. 383p.
6. Petrakov Y.V. Rozvytok CAM-system avtomatyzovanogo programuvannia verstativ z CHPK: Monografya. Kiyv, Sichkar, 2011. 220 p.

Подана до редакції 05.03.2015